Képletgyűjtemény

1. Alapok

Periodikus jelek

Frekvencia és periódusidő f [Hz], T [s]	$f = \frac{1}{T}$
Körfrekvencia ω [rad/s]	$\omega = 2\pi \cdot f = \frac{2\pi}{T}$
Szinuszos jel A – amplitúdó, φ – kezdőfázis, U_e – eltolás (offset)	$u(t) = A \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi) + U_e$
Kezdőfázis eltolása időben φ > 0: a jel balra tolódik	$t_0 = -\frac{\varphi}{\omega}$

Komplex számok

Abszolút érték	$\lvert z\rvert = \sqrt{a^2 + b^2}$
Összeadás, kivonás	$z_1 \pm z_2 = (a_1 \pm a_2) + j \cdot (b_1 \pm b_2)$
Szorzás	$z_1 \cdot z_2 = (a_1a_2 - b_1b_2) + j \cdot (a_1b_2 + a_2b_1)$
Osztás (bővítés a nevező konjugáltjával)	$\frac{z_1}{z_2} = \frac{z_1 \cdot z_2^*}{\lvert z_2\rvert^2} = \frac{(a_1a_2 + b_1b_2) + j \cdot (b_1a_2 - a_1b_2)}{a_2^2 + b_2^2}$
Abszolút érték szorzatra, hányadosra	$\lvert z_1 \cdot z_2\rvert = \lvert z_1\rvert \cdot \lvert z_2\rvert, \quad \lvert\frac{z_1}{z_2}\rvert = \frac{\lvert z_1\rvert}{\lvert z_2\rvert}$

2. Elektrosztatika

Töltés, Coulomb-törvény

Coulomb-törvény azonos előjel: taszítás, ellentétes: vonzás	$F = k \cdot \frac{\lvert Q_1 \cdot Q_2\rvert}{r^2}$
Coulomb-állandó	$k = \frac{1}{4\pi \cdot \varepsilon_0} \approx 8.99 \cdot 10^9 \ \frac{N \cdot m^2}{C^2}$
Töltés elemi töltésekből n – az elektronok (ionizáltság) száma	$Q = n \cdot e$
Elektronok száma tömegből	$n = \frac{m}{m_e}$

Elektromos térerősség

Térerősség definíciója E [N/C = V/m]	$E = \frac{F}{q}$

Ponttöltés tere pozitív töltéstől kifelé, negatív felé mutat	$E = k \cdot \frac{Q}{r^2}$
Eredő nagysága, iránya	$\lvert E\rvert = \sqrt{E_x^2 + E_y^2}, \quad \alpha = \arctan \frac{E_y}{E_x}$
Erő a töltésre	$F = q \cdot E$

Munka, feszültség, potenciál

Feszültség U [V = J/C]	$U = \frac{W}{Q}$
Homogén tér	$U = E \cdot d$
Munka	$W = Q \cdot U = q \cdot E \cdot d$
Feszültség két pont között a tér irányában haladva a potenciál csökken	$U_{AB} = U_A - U_B$
Elektronvolt	$1\ eV = 1.602 \cdot 10^{-19}\ J$

Kondenzátor

Kapacitás C [F = C/V]	$C = \frac{Q}{U}$
Síkkondenzátor	$C = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \frac{A}{d}$
Tárolt energia	$W = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2 = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2} \cdot Q \cdot U$
Energia feszültségcsökkenéskor	$W = \frac{1}{2} \cdot C \cdot (U_1^2 - U_2^2) = P \cdot t$
Párhuzamos kapcsolás	$C_e = C_1 + C_2 + \dots$
Soros kapcsolás	$\frac{1}{C_e} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots$
Összekötés után (töltésmegmaradás)	$U = \frac{C_1U_1 + C_2U_2}{C_1 + C_2}$
Töltés állandó árammal	$\Delta Q = I \cdot \Delta t, \quad \Delta U = \frac{I \cdot \Delta t}{C}$

Állandók

Vákuum permittivitása	$\varepsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12}\ \frac{F}{m}$
Elemi töltés	$e = 1.602 \cdot 10^{-19}\ C$
Elektron tömege	$m_e = 9.109 \cdot 10^{-31}\ kg$

3. Rezisztív hálózatok

Áram és töltéshordozók

Áramerősség I [A = C/s]	$I = \frac{Q}{t}, \quad Q = I \cdot t$
Átáramló elektronok száma	$N = \frac{Q}{q_e}$
Áram a töltéshordozók mozgásából n – szabad elektronok száma térfogategységben	$I = n \cdot q_e \cdot A \cdot v$
Sodródási sebesség, végighaladási idő	$v = \frac{I}{n \cdot q_e \cdot A}, \quad t = \frac{l}{v}$

Ellenállás

Ohm-törvény	$R = \frac{U}{I}, \quad U = I \cdot R, \quad I = \frac{U}{R}$
Vezeték ellenállása ϱ – fajlagos ellenállás, l – hossz, A – keresztmetszet	$R = \varrho \cdot \frac{l}{A}$
Kör keresztmetszet	$A = \frac{d^2 \cdot \pi}{4}, \quad d = \sqrt{\frac{4A}{\pi}}$
Huzal térfogata, tömege ϱ_m – sűrűség (nem a fajlagos ellenállás!)	$V = A \cdot l, \quad m = \varrho_m \cdot V$
Hossz tömegből és ellenállásból	$l = \sqrt{\frac{R \cdot V}{\varrho}}$
Áramsűrűség J [A/mm²]	$J = \frac{I}{A}$
Hőfokfüggés fémeknél $\alpha > 0$ (PTC), félvezetőknél, szénnél $\alpha < 0$ (NTC)	$R_T = R_{T0} \cdot (1 + \alpha \cdot (T - T_0))$

Teljesítmény, energia

Teljesítmény (Joule-hő)	$P = U \cdot I = I^2 \cdot R = \frac{U^2}{R}$
Izzó ellenállása névleges adatokból ez a meleg (üzemi) ellenállás	$R = \frac{{U_n}^2}{P_n}, \quad I_n = \frac{P_n}{U_n}$
Energia	$W = P \cdot t$
Vezetékveszteség, hatásfok a vezeték hossza oda-vissza: $2 \cdot l$	$P_{veszt} = I^2 \cdot R_{vez}, \quad \eta \approx 1 - \frac{P_{veszt}}{P}$

Eredő ellenállás

Soros kapcsolás	$R_e = R_1 + R_2 + R_3 + \dots$
Párhuzamos kapcsolás	$\frac{1}{R_e} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots$

Két párhuzamos ellenállás	$R_1 \parallel R_2 = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$
n egyforma ellenállás	soros: $n \cdot R$, párhuzamos: $\frac{R}{n}$

Osztók, előtét-ellenállás

Feszültségosztó	$U_1 = U_0 \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}, \quad U_2 = U_0 \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}$
Áramosztó a kisebb ellenálláson folyik a nagyobb áram	$I_1 = I_0 \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}, \quad I_2 = I_0 \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}$
Előtét-ellenállás U_t – tápfeszültség, U_n, I_n – a fogyasztó névleges adatai	$R_e = \frac{U_t - U_n}{I_n}$

Állandók, anyagjellemzők

Elektron töltése	$q_e = 1.602 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{C}$
Szabad elektronok rézben	$n = 8.5 \cdot 10^{28}\ \frac{1}{\mathrm{m}^3}$
Réz fajlagos ellenállása	$\varrho_{Cu} = 0.017\ \frac{\Omega \cdot \mathrm{mm}^2}{\mathrm{m}} = 1.7 \cdot 10^{-8}\ \Omega \cdot \mathrm{m}$
Réz sűrűsége	$\varrho_m = 8960\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$
Réz hőfoktényezője	$\alpha_{Cu} \approx 4.1 \cdot 10^{-3}\ \frac{1}{^\circ\mathrm{C}}$
Átváltás	$1\ \mathrm{mm}^2 = 10^{-6}\ \mathrm{m}^2$

4. Termikus számítás

Hőellenállás, chiphőmérséklet

Hőmérséklet-emelkedés R_th [K/W] – hőellenállás	$\Delta T = P_{veszt} \cdot R_{th}$
Chip hőmérséklete T_j – chip (junction), T_k – környezet	$T_j = T_k + P_{veszt} \cdot R_{th}$
Felületi hőátadás α [W/(m²·K)] – hőátadási tényező (szabad levegőn α ≈ 5), A – hűtőfelület	$R_{th} = \frac{1}{\alpha \cdot A}$

Hőellenállás-hálózat hűtőbordával

Eredő hőellenállás (chip → környezet) j – chip, c – tok, hs – hűtőborda, a – környezet; a hőellenállások az elektromos ellenállásokhoz hasonlóan kapcsolódnak (soros: összeg, párhuzamos: reciprokok összege)	$R_{th,e} = R_{jc} + \frac{1}{\frac{1}{R_{chs} + R_{hsa}} + \frac{1}{R_{ca}}}$
Szükséges eredő hőellenállás	$R_{th,e} = \frac{T_{max} - T_k}{P_{veszt}}$

Hűtőborda hőellenállása	$R_{hsa} = \frac{1}{\frac{1}{R_{th,e} - R_{jc}} - \frac{1}{R_{ca}}} - R_{chs}$
Hűtőfelület	$A = \frac{1}{\alpha \cdot R_{hsa}}$

5. RLC hálózatok

RC tag (egyenfeszültségű gerjesztés)

Időállandó τ [s]	$\tau = R \cdot C$
Feltöltődés: kondenzátorfeszültség	$u_C(t) = U_g \cdot (1 - e^{-t/\tau})$
Feltöltődés: ellenállás feszültsége, áram	$u_R(t) = U_g \cdot e^{-t/\tau}, \quad i(t) = \frac{U_g}{R} \cdot e^{-t/\tau}$
Kisütés: kondenzátorfeszültség	$u_C(t) = U_g \cdot e^{-t/\tau}$
Kisütés: ellenállás feszültsége, áram	$u_R(t) = -U_g \cdot e^{-t/\tau}, \quad i(t) = -\frac{U_g}{R} \cdot e^{-t/\tau}$
Jellegzetes értékek (feltöltődés, $t = \tau$)	$u_C(\tau) \approx 0.63 \cdot U_g, \quad i(\tau) \approx 0.37 \cdot \frac{U_g}{R}$
Beállási idő (1 %-os hiba) $e^{-t/\tau} = 0.01$	$t \approx 4.6 \cdot \tau$
Idő adott kondenzátorfeszültségig	$t = -\tau \cdot \ln(1 - \frac{u_C}{U_g})$

RL tag (egyenfeszültségű gerjesztés)

Időállandó τ [s]	$\tau = \frac{L}{R}$
Bekapcsolás: tekercsfeszültség	$u_L(t) = U_g \cdot e^{-t/\tau}$
Bekapcsolás: ellenállás feszültsége, áram	$u_R(t) = U_g \cdot (1 - e^{-t/\tau}), \quad i(t) = \frac{U_g}{R} \cdot (1 - e^{-t/\tau})$
Kikapcsolás: tekercsfeszültség	$u_L(t) = -U_g \cdot e^{-t/\tau}$
Kikapcsolás: ellenállás feszültsége, áram	$u_R(t) = U_g \cdot e^{-t/\tau}, \quad i(t) = \frac{U_g}{R} \cdot e^{-t/\tau}$

Váltakozó áram: reaktancia, impedancia

Kapacitív reaktancia f nő → X_C csökken	$X_C = \frac{1}{\omega \cdot C} = \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot C}$
Induktív reaktancia f nő → X_L nő	$X_L = \omega \cdot L = 2\pi \cdot f \cdot L$
Impedancia (soros kör) $X = X_C$ (RC kör) vagy $X = X_L$ (RL kör); a reaktancia az ellenállással vektoriálisan adódik össze	$\lvert Z \rvert = \sqrt{R^2 + X^2}$

Áram és feszültségek	$I = \frac{U_0}{\lvert Z \rvert}, \quad U_R = R \cdot I, \quad U_X = X \cdot I$
Generátorfeszültség a feszültségek 90°-os szöget zárnak be, ezért nem számtanilag adódnak össze	$U_0 = \sqrt{U_R^2 + U_X^2}$